Le théorème de Kennelly

+

différence entre circuit en série et circuit en parallèle.

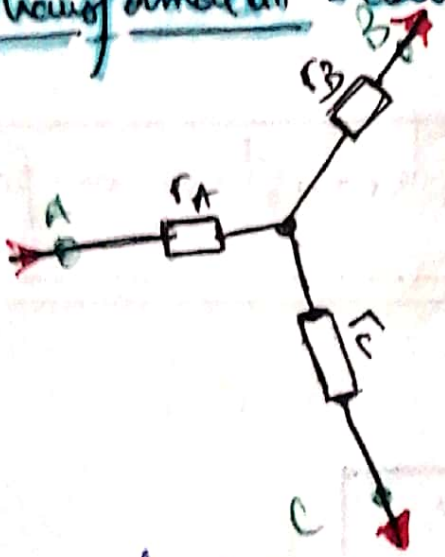
Théorème de Kennelly :

⇒ Ce théorème permet de remplacer les résistances branchés en triangle par des résistance branchés en étoile, et l'inverse, ça dit il permet de remplacer le branchement en étoile en un branchement en triangle.

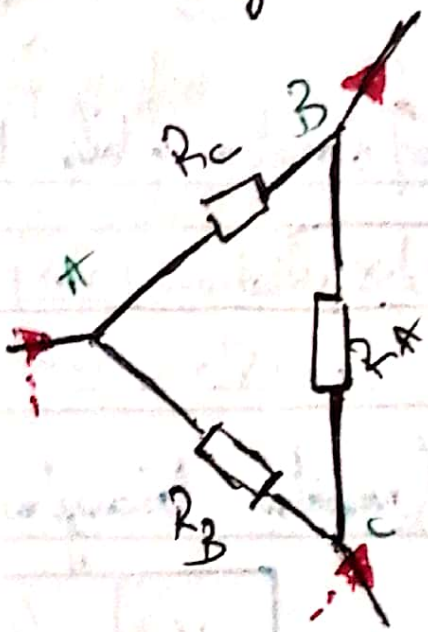
transformation étoile-triangle

transformation triangle étoile

① transformation étoile triangle :



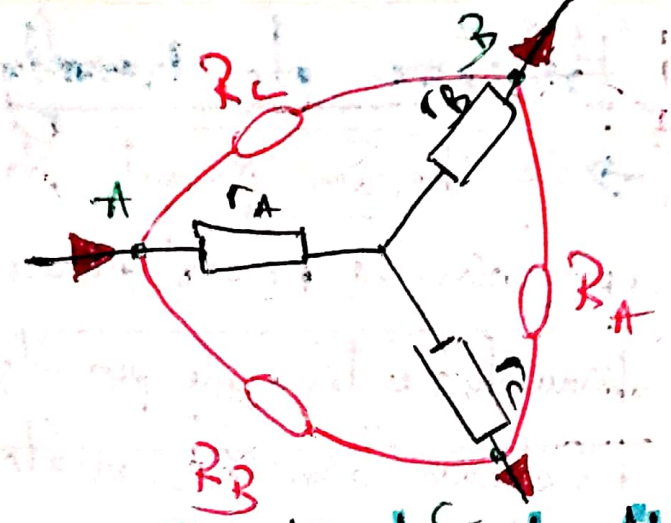
étoile



triangle

- Comment on fait la transformation ?

Scanné avec CamScanner

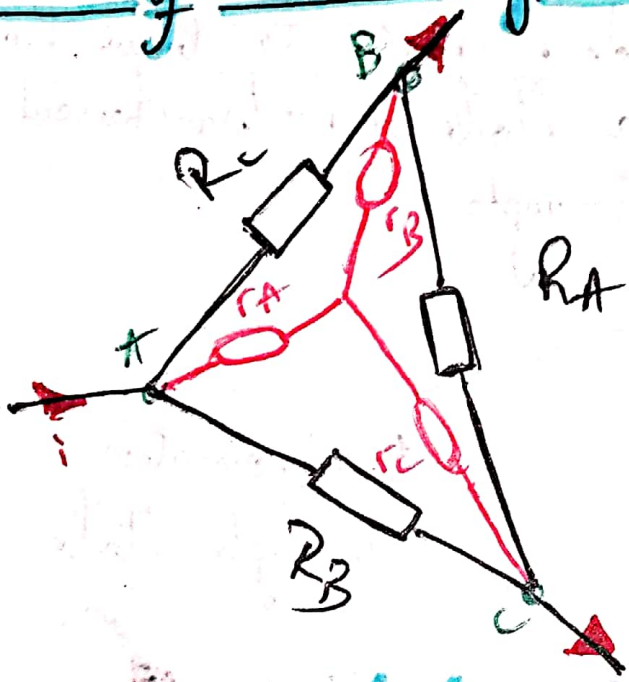


$$R_A = \frac{r_B r_C}{r_A} + r_B + r_C$$

$$R_B = \frac{r_A r_C}{r_B} + r_A + r_C$$

$$R_C = \frac{r_A r_B}{r_C} + r_A + r_B$$

② transformation triangle étoile :



$$r_A = \frac{R_C R_B}{R_A + R_B + R_C}$$

$$r_B = \frac{R_C R_A}{R_A + R_B + R_C}$$

$$r_C = \frac{R_A R_B}{R_A + R_B + R_C}$$

Transformation étoile-triangle

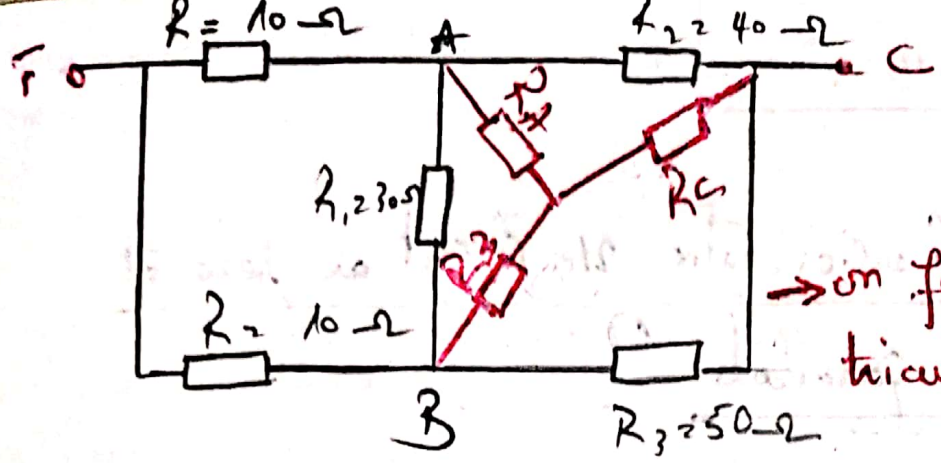
$$\frac{\text{x des résistance en face}}{\text{résistance ramenée}} + (\Sigma \text{ des résistance en face})$$

Transformation triangle-étoile :

$$\frac{\text{x des résistance à côté}}{\Sigma \text{ des 3 résistance}}$$

Exemple d'application :

Scanné avec CamScanner



Calculons R_{FC} :

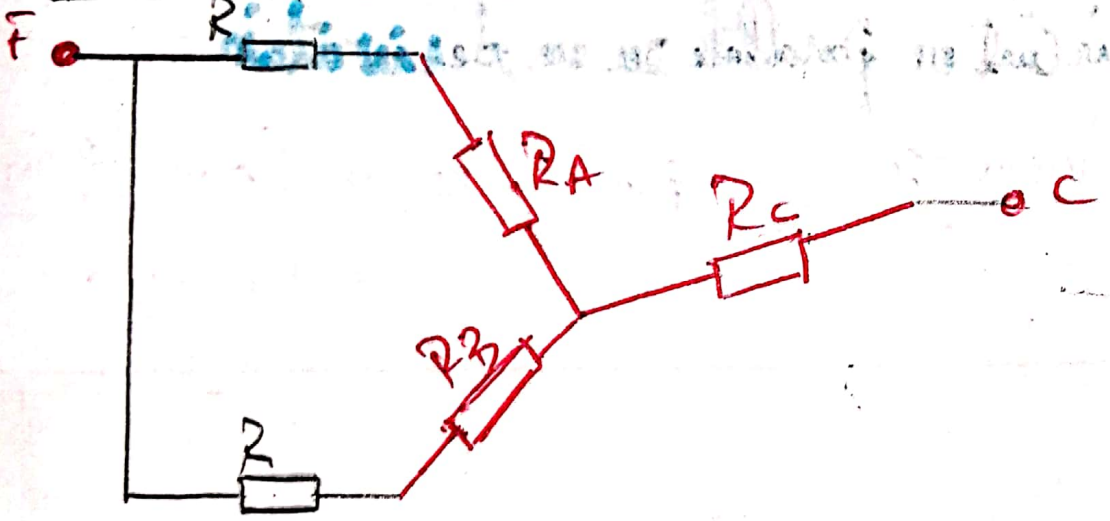
→ on fait une transformation triangle étoile.

$$R_A = \frac{R_1 \times R_2}{R_1 + R_2 + R_3} = \frac{30 \times 40}{30+40+50} = 10\ \Omega$$

$$R_B = \frac{R_1 \times R_3}{R_1 + R_2 + R_3} = \frac{30 \times 50}{30+40+50} = 12,5\ \Omega$$

$$R_C = \frac{R_2 \times R_3}{R_1 + R_2 + R_3} = \frac{50 \times 40}{30+40+50} = 16,66\ \Omega .$$

le circuit devient :



$$R_{FC} = (R + R_A) // (R + R_B) + R_C$$

$$\Rightarrow R_{FC} = \frac{(R + R_A) \times (R + R_B)}{2R + R_A + R_B} + R_C \quad (A.L) .$$

$$\Rightarrow R_{FC} = \frac{(10+10) \times (10+12,5)}{2 \times 10 + 10 + 12,5} + 16,66 \quad (A.N)$$

Scanné avec CamScanner

p1- ou $R_{FC} = 27,24\ \Omega$.

→ Comment différencier entre un circuit en série et un circuit en parallèle ?

Pour différencier :

- un circuit électrique en série est un circuit électrique dont l'ensemble des dipôles forment une boucle simple donc une seule boucle.

- un circuit en parallèle ou en dérivation est un circuit électrique possédant plusieurs boucles (donc 2 ou plus).

Scanné avec CamScanner

Diviseurs :

* de tension
* de courant

et théorème de thévenin

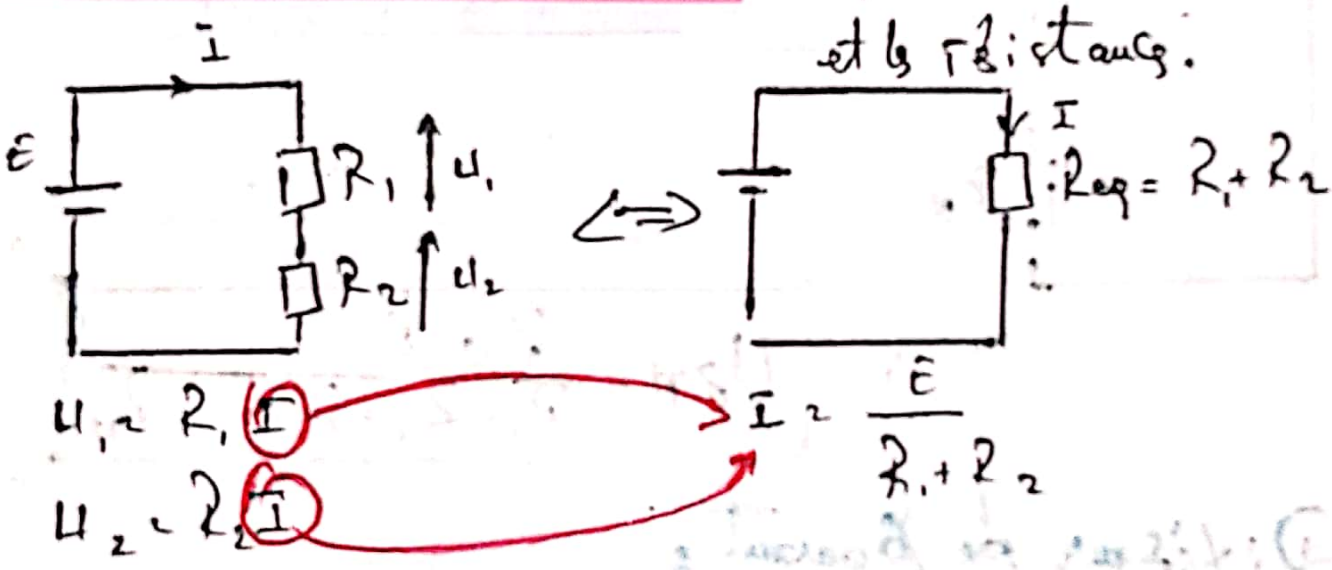
Diviseur de tension :

- s'applique uniquement dans le circuit en série.

I ? :

on a pas le courant

⇒ il faut trouver son expression en fct de E et les résistances.



$U_1 = R_1 I$

$U_2 = R_2 I$

$I = \frac{E}{R_1 + R_2}$

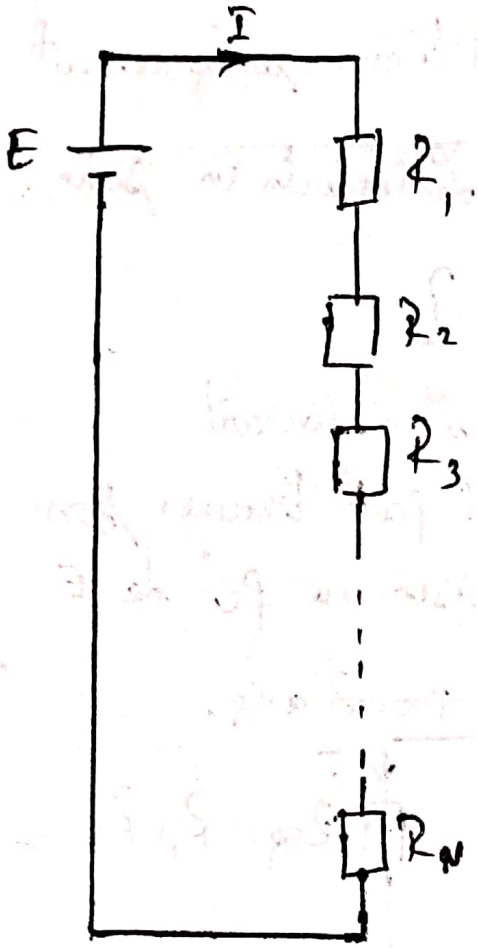
$$\Rightarrow \boxed{U_1 = \frac{R_1 E}{R_1 + R_2}}$$

et

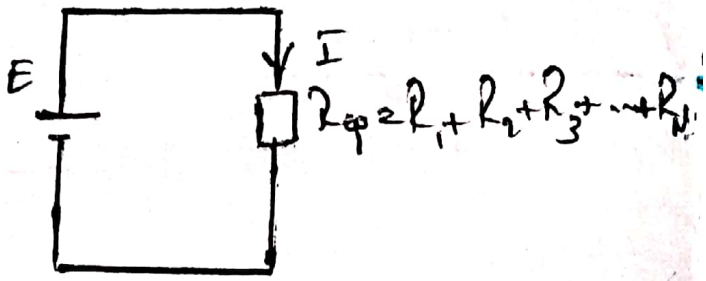
$$\Rightarrow \boxed{U_2 = \frac{R_2 E}{R_1 + R_2}}$$

Scanné avec CamScanner

Pour n Résistance :



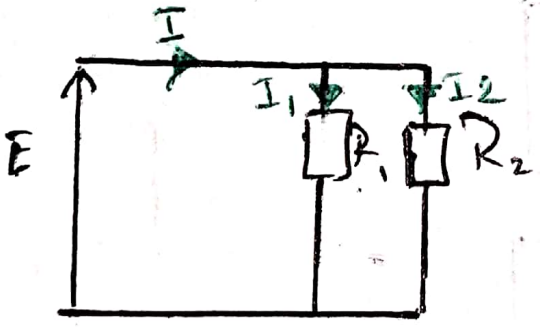
$\equiv$



$$\Rightarrow \boxed{I = \frac{E}{R_1 + R_2 + R_3 + \dots + R_N}}$$

Alors : $$\boxed{U_{R_N} = \frac{R_N E}{R_1 + R_2 + R_3 + \dots + R_N}}$$

Diviseur de Courant :



$$R_{eq} = \frac{R_1 R_2}{R_1 + R_2}$$

$$I_1 = \frac{E}{R_1} \quad \text{et} \quad I_2 = \frac{E}{R_2}$$

et on a $E = R_{eq} I$

Alors : $$I_1 = \frac{R_1 \times R_2}{R_1 + R_2} \times I \times \frac{1}{R_1}$$

$$\Rightarrow \boxed{I_1 = \frac{R_2}{R_1 + R_2} \times I}$$

Scanné avec CamScanner

et on a $I_2 = \frac{R_1 R_2}{R_1 + R_2} \times I \times \frac{1}{R_2}$

$$\Rightarrow \boxed{I_2 = \frac{R_1}{R_1 + R_2} \times I}$$

Le théorème de Thévenin :

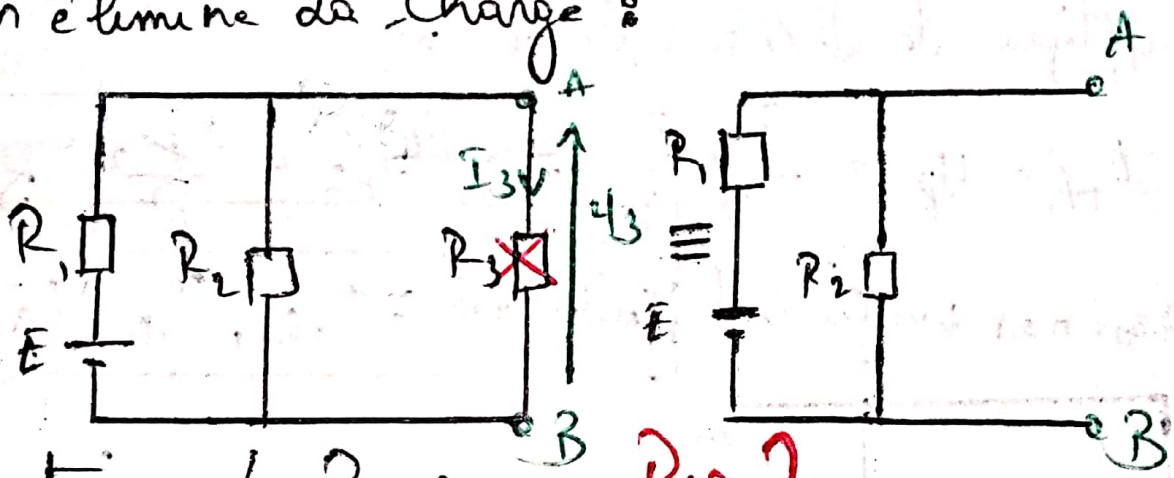
Courant ou tension en un élément ?

≡

La charge

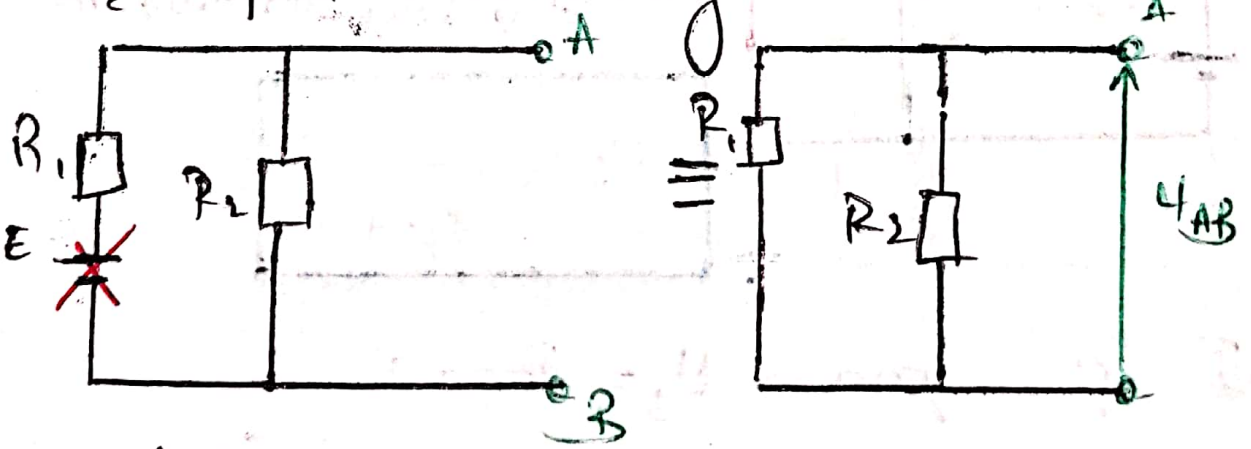
il faut trouver deux chose : E_{th} et R_{th}

① on élimine la charge :



② pour trouver la R_{th} : R_{th} ?

→ il faut éliminer les générateurs.



C'est un générateur idéal de tension ⇒ on le remplace par un fil conducteur.

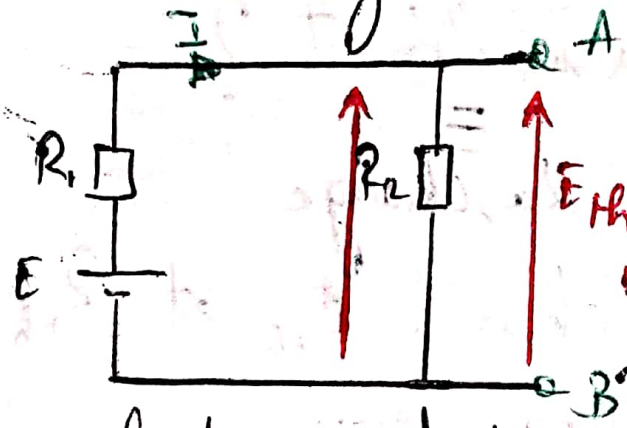
Scanné avec CamScanner

$R_{th} = R_1 // R_2$

$$\Rightarrow \boxed{R_{th} = \frac{R_1 \times R_2}{R_1 + R_2}}$$

③ pour trouver E_{th} & E_{th} ?

il faut brancher le générateur.



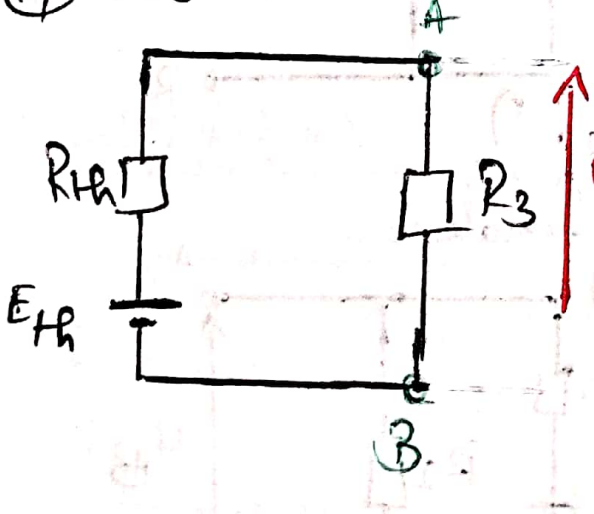
même tension

Circuit en série.

on applique le diviseur de tension

$$E_{th} = U_{R_2} = \frac{R_2 \cdot E}{R_1 + R_2} \Rightarrow \boxed{E_{th} = \frac{R_2 E}{R_1 + R_2}}$$

④ Dessiner un circuit contenant : E_{th}, R_{th}, la charge



U_3 ? on applique le diviseur de tension

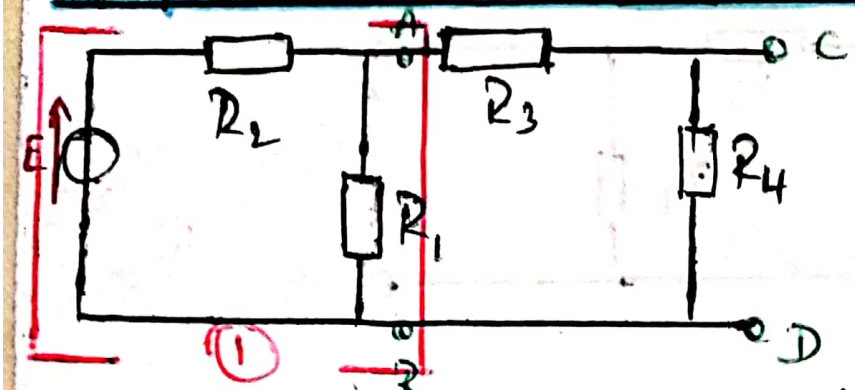
$$\boxed{U_3 = \frac{R_3 E_{th}}{R_{th} + R_3}}$$

I ? on a $U_3 = R_3 \times I$.

$$\Rightarrow \boxed{I = \frac{U_3}{R_3}}$$

Scanné avec CamScanner

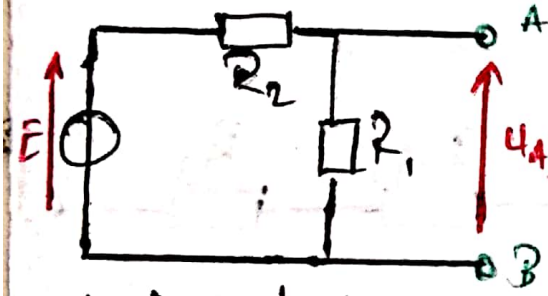
Exemple d'utilisation du théorème de Thévenin



Un générateur E qui alimente une série de 4 résistances.

- nous souhaitons connaître le générateur équivalent de Thévenin entre C et D.

nous allons s'intéresser à la partie entre A et B.



E_{Th_1} ? , R_{Th_1} ?

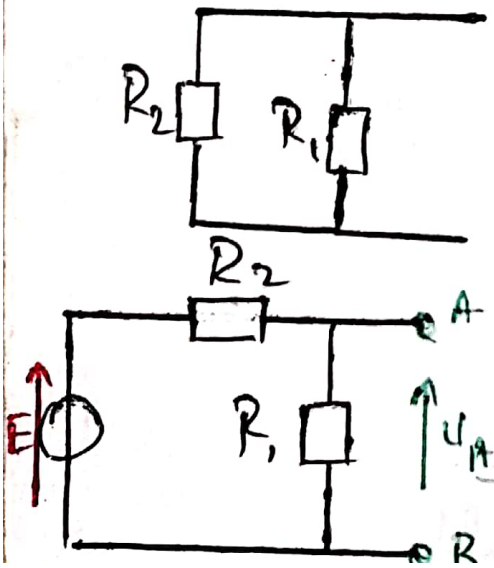
diviseur de tension :

$$E_{Th_1} = \frac{R_1 E}{R_1 + R_2}$$

R_{Th} ? il faut débrancher le générateur :

→ remplacer un générateur de tension par fil

→ remplacer un générateur de courant par un interrupteur ouvert.

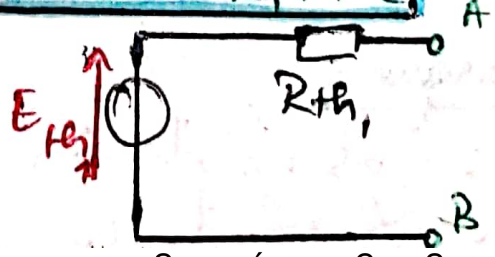


$$R_{Th_1} = R_1 // R_2$$

d'où

$$R_{Th_1} = \frac{R_1 R_2}{R_1 + R_2}$$

≡ équivalent



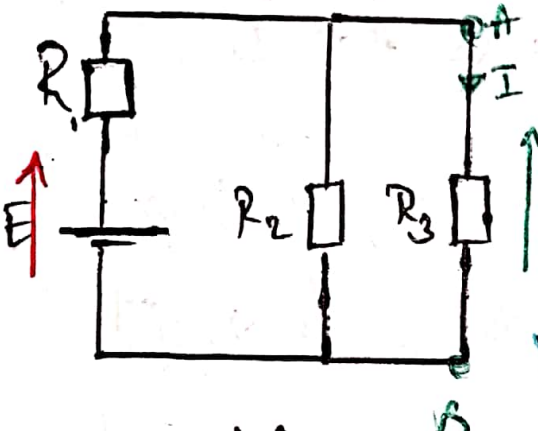
Scanné avec CamScanner

Théorème de Norton.

Théorème de Norton :

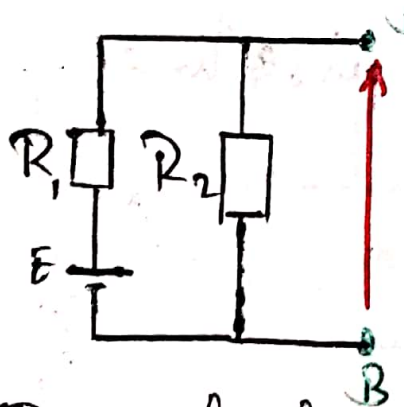
- même principe que le théorème de thévenin.

→ Calcule du courant ou de tension ou un élément = la charge



il faut trouver R_N et I_N

① on débranche la charge :



R_N ?

I_n ?

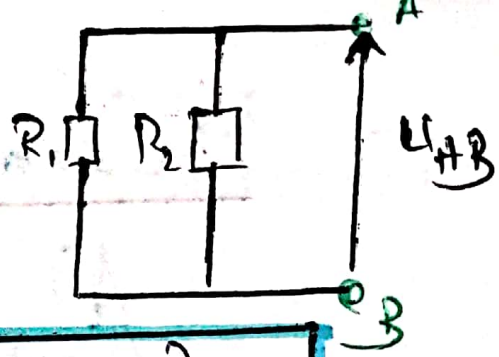
② on cherche la R_N :

→ il faut éliminer les générateurs.

- La Résistance de Norton et la Résistance de thévenin sont.

Scanné avec CamScanner

Le même.



$$R_N = \frac{R_1 \times R_2}{R_1 + R_2}$$

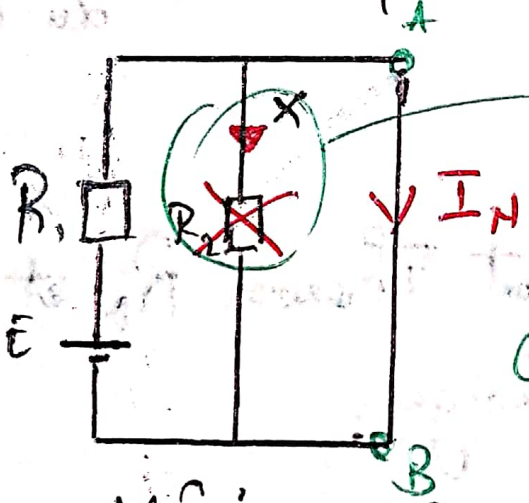
③ On cherche I_N :

→ il faut court-circuiter le point A et B.

=

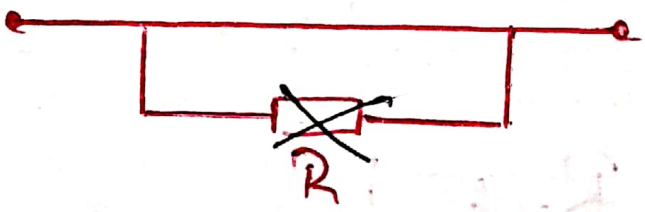
Càd il faut les rassembler

I_N = le courant qui circule entre A et B.



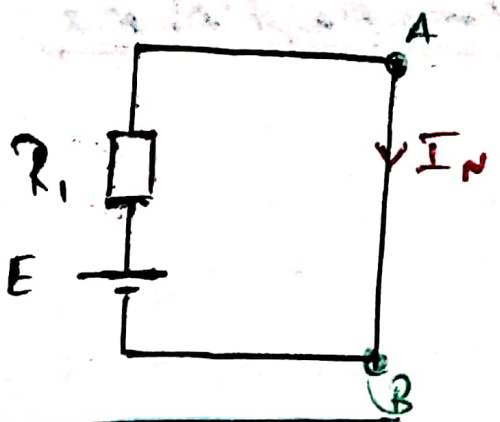
il n'y a pas passage de courant car il y a une résistance

• il faut éliminer la résistance qui est en parallèle avec un fil conducteur.



Alors le circuit devient :

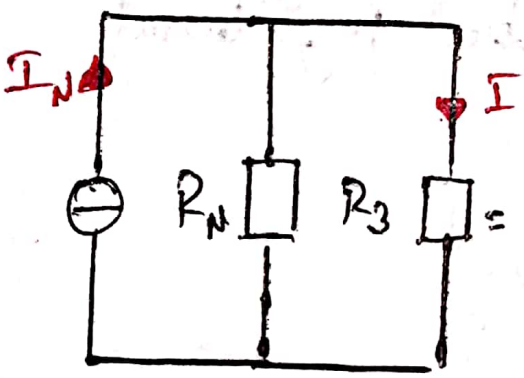
Scanné avec CamScanner



$$I_N = \frac{E}{R_1}$$

④ il faut dessiner le circuit équivalent qui contient:

- Un générateur de courant ⊖ qui donne
  La tension I_N
- Une résistance de Norton R_N (// en parallèle)
- la charge qui a été débranché.



Tout les éléments sont en parallèle.

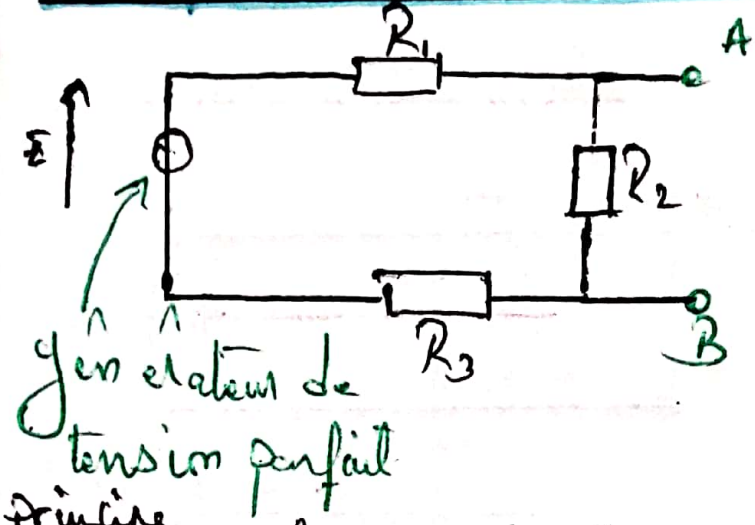
I ? Appliquons le diviseur de courant:

$$I = \frac{R_N I}{R_N + R_3}$$

. on peut calculer aussi la tension, la puissance.

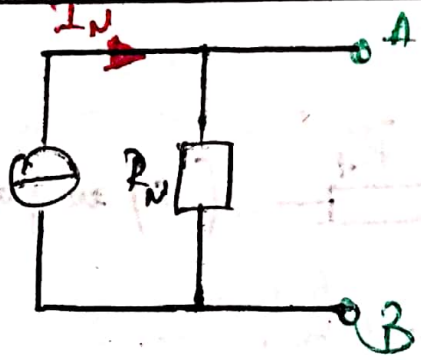
Scanné avec CamScanner

Exemple d'utilisation du théorème de Norton :



Principe ⇒ Remplacer le circuit par un circuit de norton.

le Circuit de Norton :



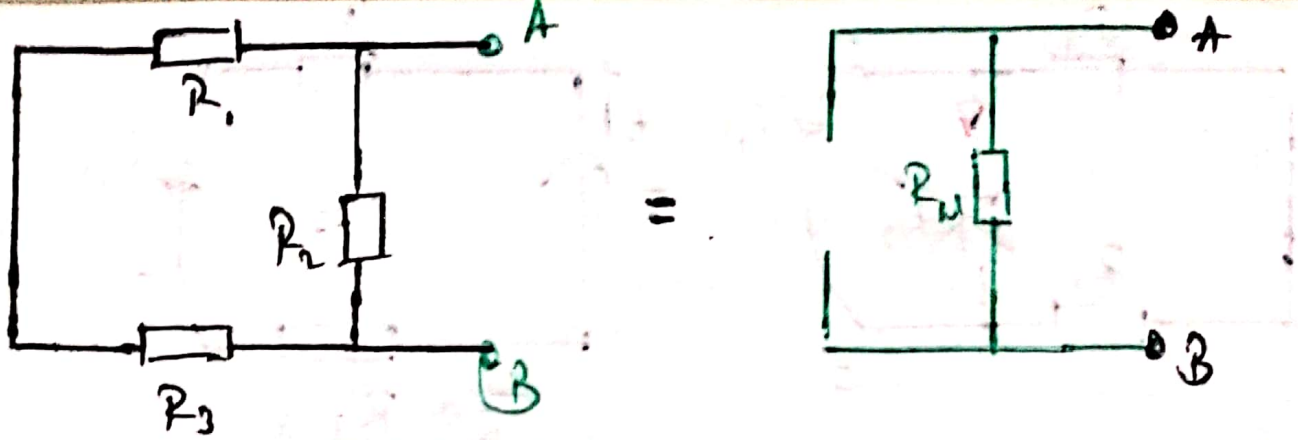
il est composé d'un générateur de courant parfait qui délivre un courant I_N, en parallèle avec une résistance de Norton R_N

il faut que les deux circuits soient parfaitement équivalent.

il faut trouver : R_N ?
et I_N ?

- R_N : → on éteint le générateur, et on garde l'ensemble des résistances.
- C'est à dire remplacer le générateur de tension par un fil.

Scanné avec CamScanner



$$R_2 \ (R_1 + R_3) = R_N$$

$$\frac{R_2 (R_1 + R_3)}{R_1 + R_2 + R_3} = R_N$$

Alors la résistance de Norton est :

$$R_N = \frac{R_2 (R_1 + R_3)}{R_2 + R_1 + R_3}$$

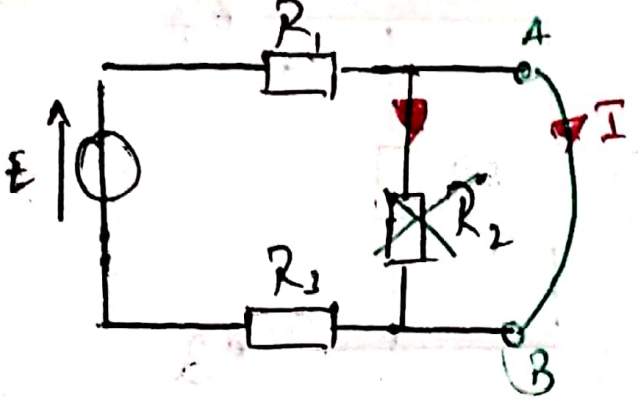
- Il nous reste maintenant à déterminer I_N, l'intensité délivré par le générateur de Norton.

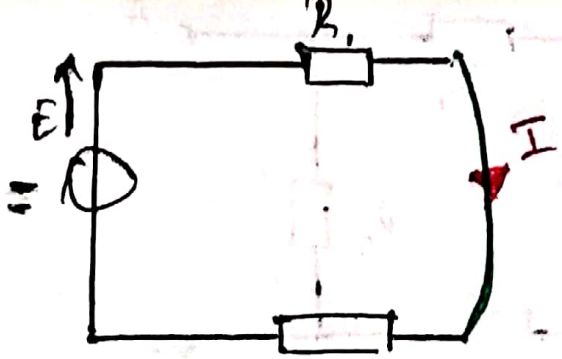
- Nous allons imaginer un fil qui va court-circuiter notre circuit entre les points A et B.

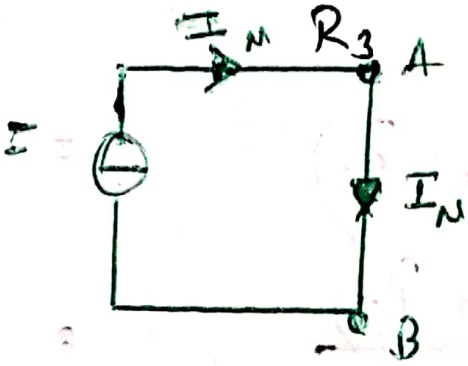
- Le courant ne passe pas par la résistance

⇒ L'intensité du courant entre A et B est égale à l'intensité délivré par le générateur de Norton.

Scanné avec CamScanner





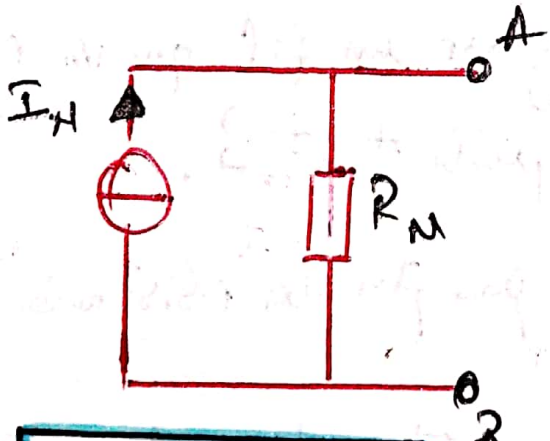


$$I = \frac{E}{R_1 + R_2} = I_N$$

d'où le courant de Norton est :

$$\boxed{I_N = \frac{E}{R_1 + R_2}}$$

Alors le circuit équivalent de Norton est le suivant :



Avec : $\boxed{I_N = \frac{E}{R_1 + R_2}}$ et $\boxed{R_N = \frac{R_3(R_1 + R_2)}{R_3 + R_1 + R_2}}$

Scanné avec CamScanner

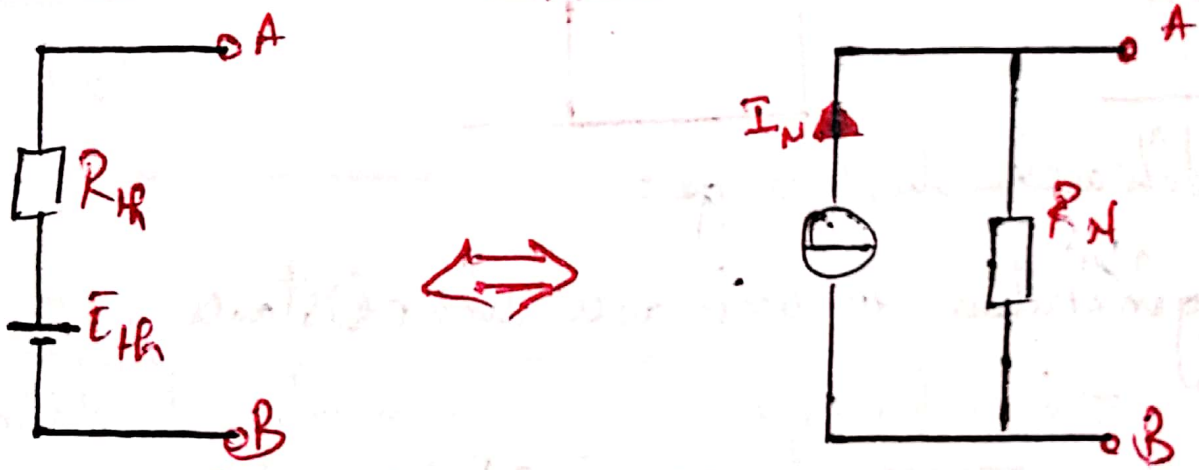
équivalent Thévenin - Norton.

(passage du modèle de Thévenin à celui de Norton)

Rappel :

- Circuit de Thévenin : il contient un générateur de tension E_{th}, en série avec R_{th}, avec la charge branché entre A et B.

- Circuit de Norton : il contient un générateur de courant qui débite I_N (Courant de Norton), en parallèle avec Résistance de Norton.



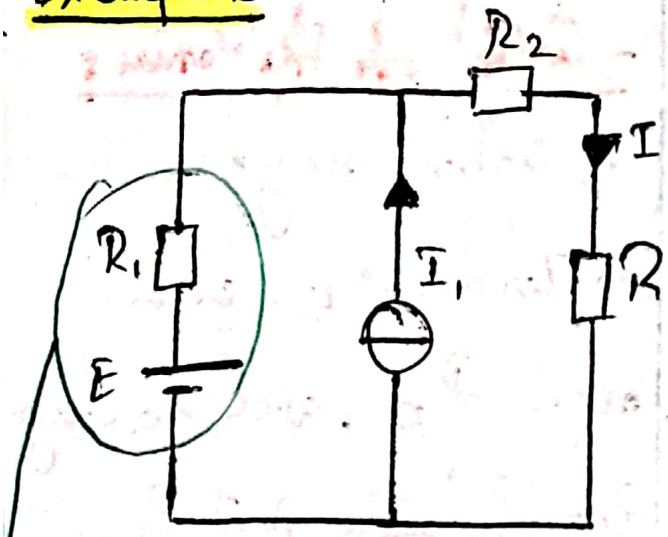
Règle d'application :

- $R_N = R_{th}$
- $E_{th} = R_{th} I_N = R_N I_N$
- $I_N = \frac{E_{th}}{R_{th}} = \frac{E_{th}}{R_N}$

Scanné avec CamScanner

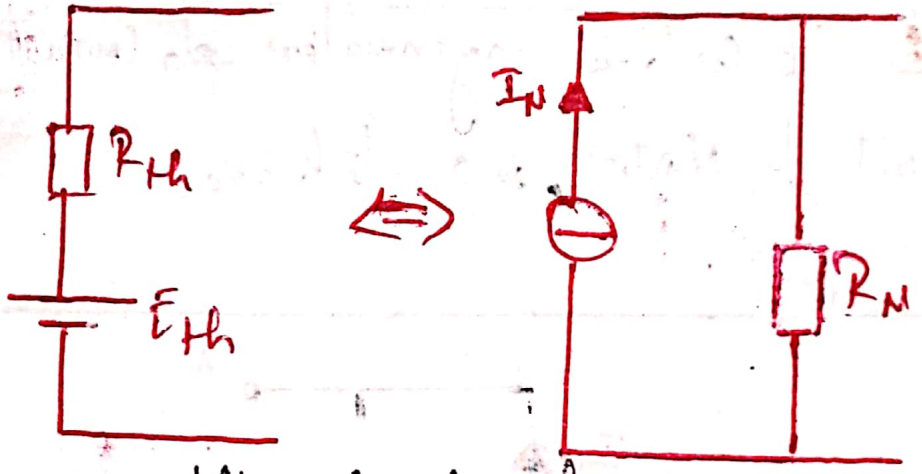
Pourquoi on utilise l'équivalent Th Nor ?

Exemple :



Calculons le courant I pour ce circuit.

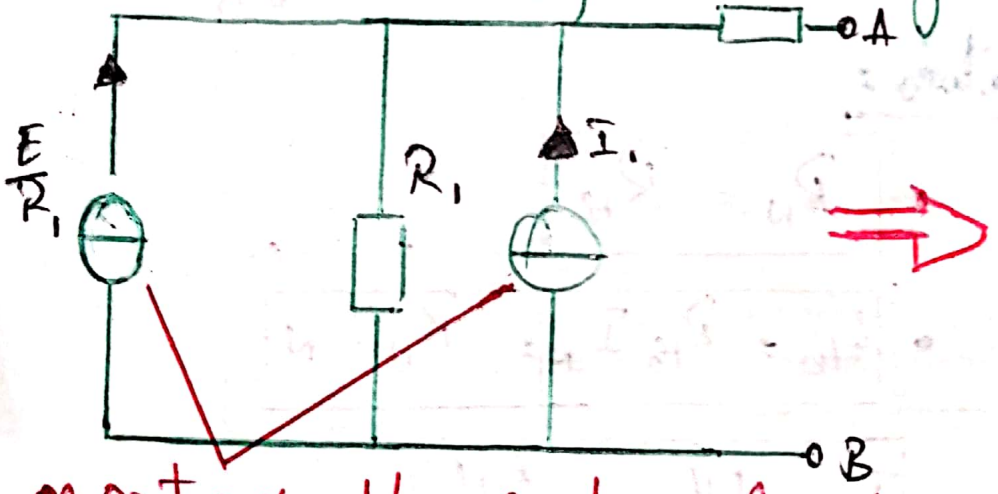
⇒ pour cela on utilisera l'équivalent Th - Nor.



① on débranche la charge.

② → générateur en série avec une résistance

⇒ on le transforme en un générateur de Norton.

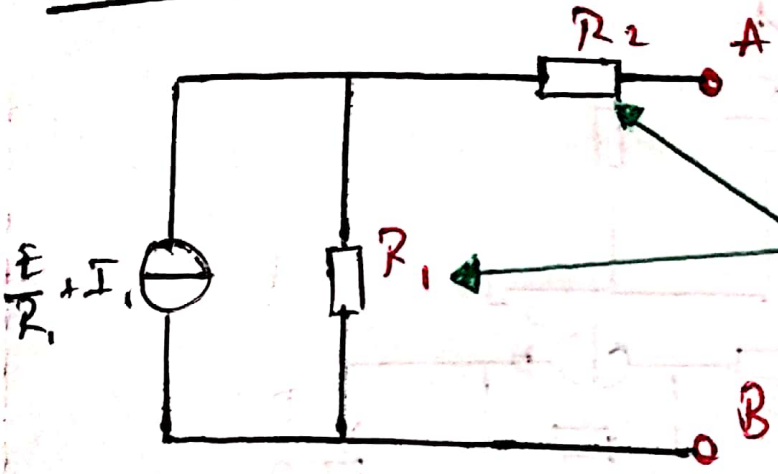


on peut rassembler les deux générateurs de courants ②

Scanné avec CamScanner

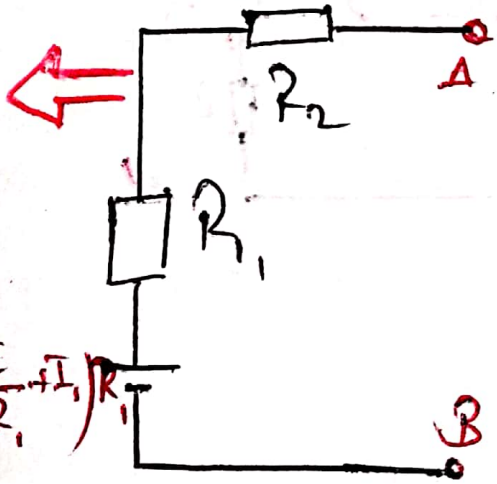
→ il faut faire Attention au signe.

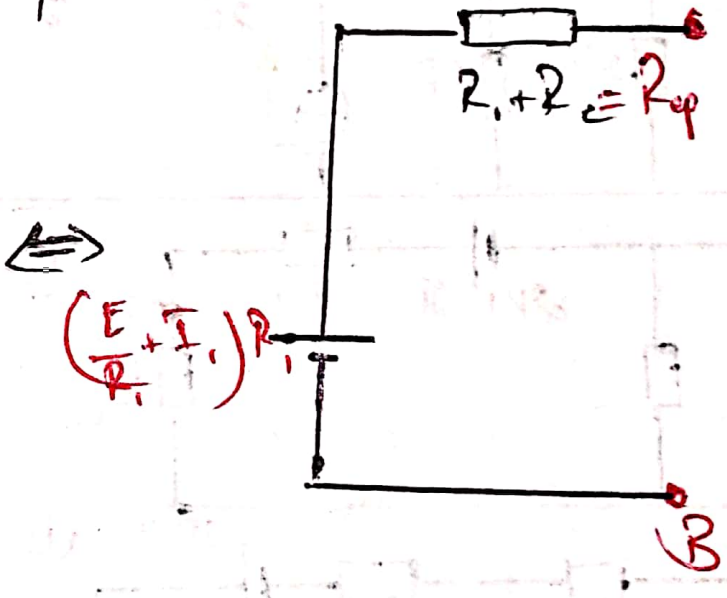
Alors le circuit devient :



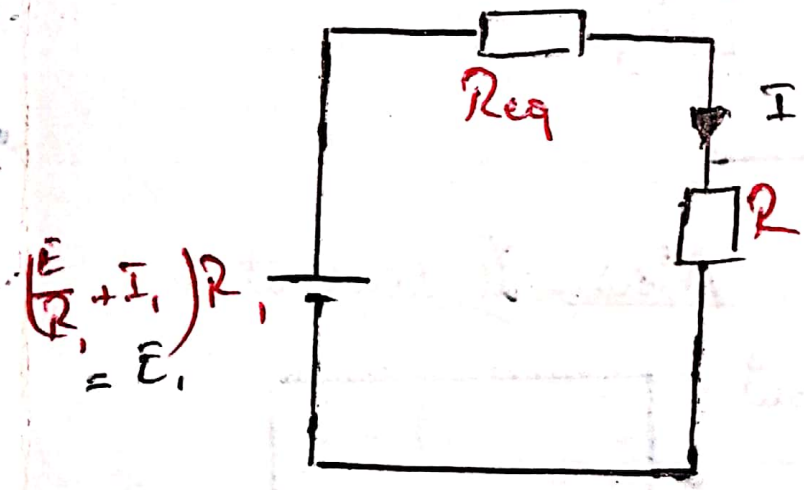
Ces deux résistances sont ni en série ni en parallèle.

Car : + elles ne sont pas traversées par le même courant.
+ elles n'ont pas la même tension.





④ on branche la charge.

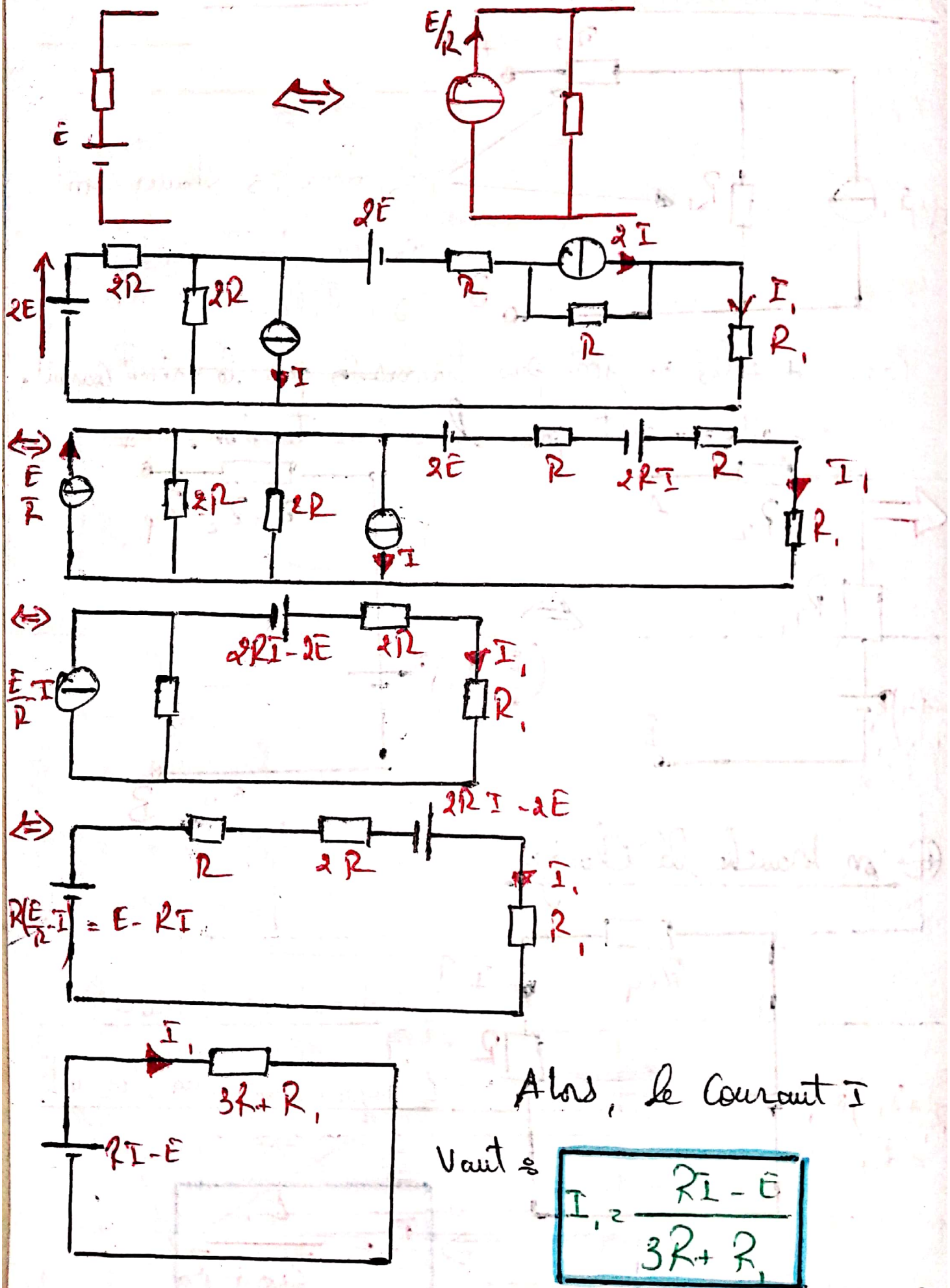


Ainsi on trouve l'expression du courant I :

$$\Rightarrow \boxed{I = \frac{E_1}{R_{eq} + R}}$$

Scanné avec CamScanner

Exemple 2 : Calculons I_1 qui passe dans R_1 en fonction de E, I, R et R_1.



Alors, le courant I_1 vaut :

$$I_1 = \frac{RI - E}{3R + R_1}$$

Scanné avec CamScanner

Théorème de Superposition

Le théorème de superposition :

C'est un outil capable de rendre un circuit complexe composé de plusieurs générateurs en plusieurs circuits simples afin de calculer l'intensité ou la tension à un certain endroit.

définition : Le courant dans une branche du circuit linéaire est égale à la somme des courants produits par chaque sources, lorsqu'elles sont égales à zéro.

- le théorème de superposition fonctionne pour les circuits linéaires.

Quel est la différence entre un circuit linéaire et un circuit non linéaire ?

→ un circuit linéaire est un circuit dont, ce qui signifie que lorsqu'on applique une tension, il reçoit une intensité donnée et lorsqu'on augmente ou diminue

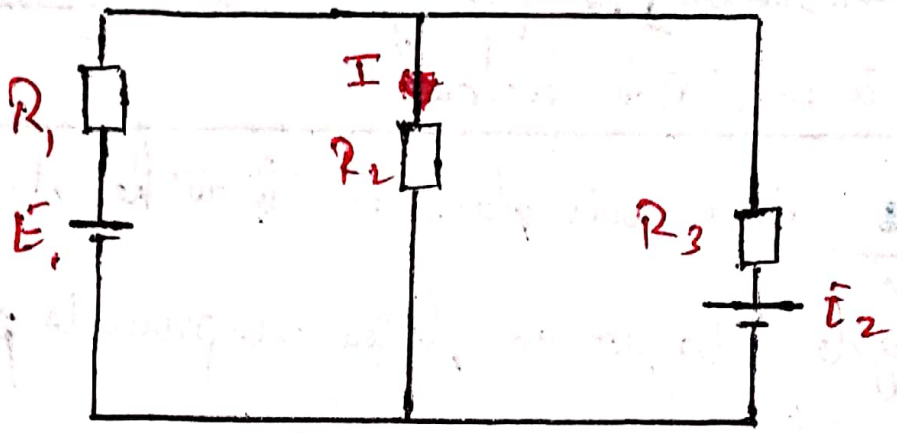
Scanné avec CamScanner

la tension, l'intensité réagira de manière proportionnelle au circuit. Les composants comme **les résistance, inductance et condensateur sont des composants linéaire.**

→ **un circuit non-linéaire** est un circuit qui contient des variable. Cà et C'est un circuit dont le courant n'augmentera pas proportionnellement en fonction de la tension.

Les composants comme **les diode, le transistor et le amplificateur sont les composants non linéaire.**

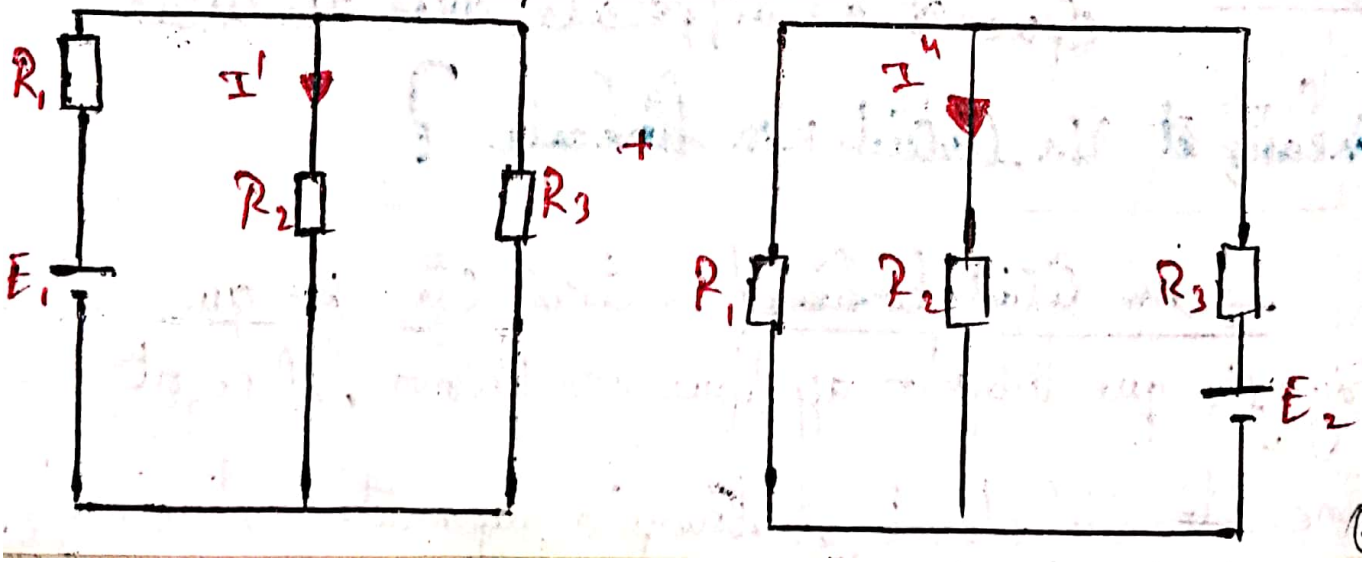
Exemple 8



Trouvons le courant I ?

- on éteint les générateurs E_1 et E_2 respectivement.

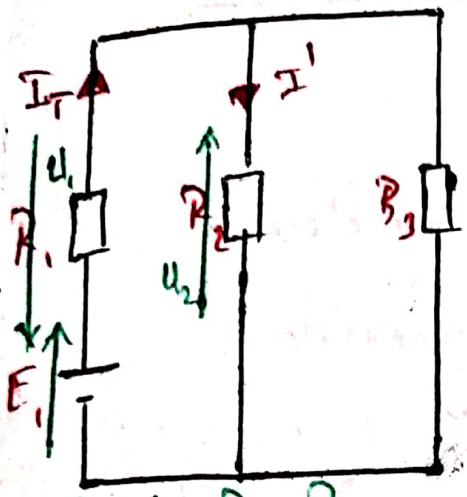
Alors le circuit est équivalent à :



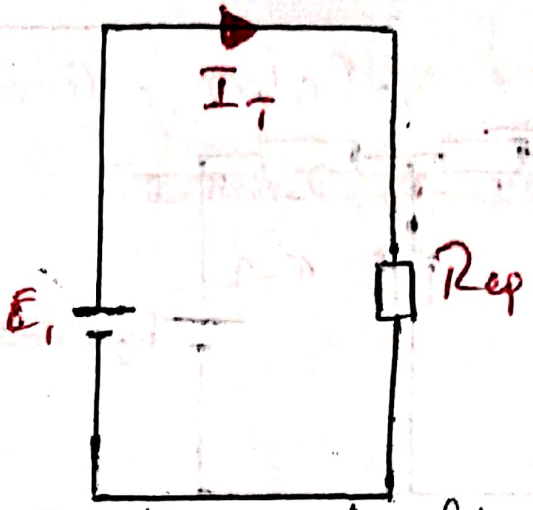
Scanné avec CamScanner

$$I = I' + I''$$

① Calculons le courant I' :



$\equiv$



$$R_{eq}' = \frac{R_2 R_3}{R_2 + R_3} + R$$

$$I_T' = \frac{E_1}{R_{eq}'}$$

Appliquons la loi des Mailles :

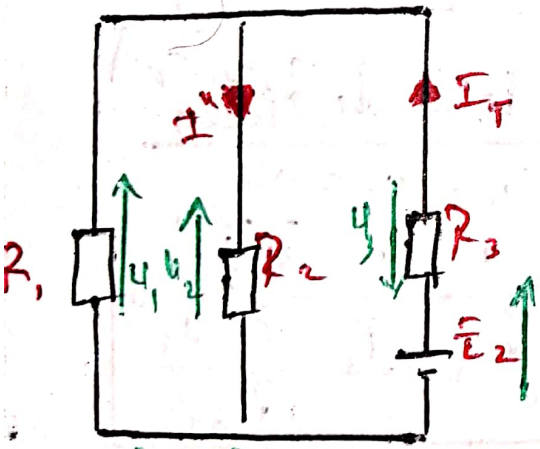
$$E_1 - U_2 - U_1 = 0$$

$$\Rightarrow R_2 I_2' = E_1 - R_1 I_T'$$

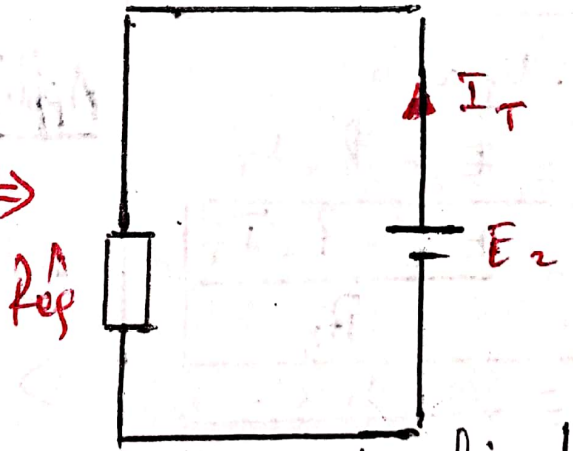
d'où

$$\boxed{I_2' = \frac{E_1 - R_1 I_T'}{R_2}}$$

② Calculons le courant I'' :



$\Leftrightarrow$



$$R_{ep}'' = \frac{R_1 R_2}{R_1 + R_2} + R_3$$

$$I_T'' = \frac{E_2}{R_{ep}''}$$

Appliquons la loi des Mailles :

$$E_2 - U_3 - U_2 = 0$$

$$R_2 I_2'' = E_2 - R_3 I_T''$$

d'où

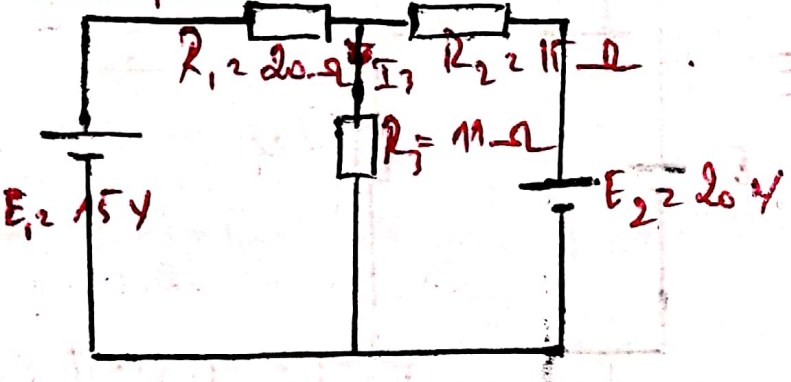
$$\boxed{I_2'' = \frac{E_2 - R_3 I_T''}{R_2}}$$

Scanné avec CamScanner

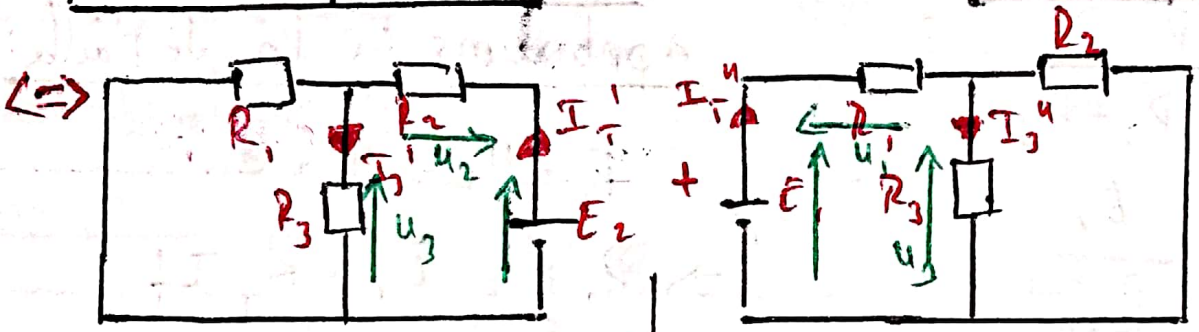
on a $I = I' + I''$

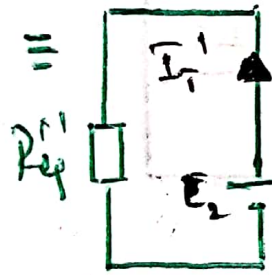
$$\Rightarrow \boxed{I = \frac{E_1 - R\, I_T'}{R_2} + \frac{E_2 - R_3\, I_T''}{R_2}}$$

Exemple : Calculons le courant I_3.



on va éteindre les générateurs.





$$R'_{ep} = \frac{R_1 R_3 + R_2}{R_2 + R_3} = 22,09\ \Omega$$

$$I'_T = \frac{E_2}{R'_{ep}} = 0,9\ A$$

Appliquons la loi des Mailles

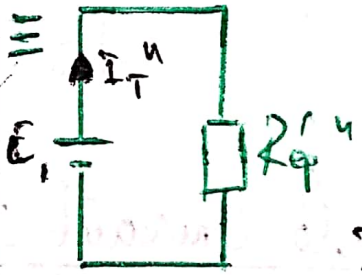
$E_2 - U_2 - U_3 = 0$

$\Rightarrow R_3 I'_3 = E_2 - R_2 I'_T$

$$\Rightarrow \boxed{I'_3 = \frac{E_2 - R_2 I'_T}{R_3}}$$

$= \frac{20 - 15 \times 0,9}{11}$ A.N

d'où $I'_3 = 0,59\ A$.



$$R''_{ep} = \frac{R_2 R_3}{R_2 + R_3} + R_1 = 26,36\ \Omega$$

$$I''_T = \frac{E_1}{R''_{ep}} = 0,56\ A$$

Appliquons la loi des Mailles :

$E_1 - U_1 - U_3 = 0$.

$\Rightarrow R_3 I''_3 = E - R_1 I''_T$

$$\Rightarrow \boxed{I''_3 = \frac{E_1 - R_1 I''_T}{R_3}}$$

$= 0,34\ A$

on a $I_3 = I'_3 + I''_3$ (A.L)

$\Rightarrow I_3 = 0,59 + 0,34$ (A.N)

d'où $I_3 = 0,93\ A$

Scanné avec CamScanner